

Exercice 1

On cherche les entiers a, b tels que :

$$a+b=ab$$

a/ Montrer que si a est non nul alors a/b .

b/ Montrer que si b est non nul alors b/a .

c/ Conclure.

Exercice 2

On cherche les entiers a, b tels que :

$$a+b^2=ab$$

a/ Montrer que si b est non nul alors b/a .

b/ En déduire les valeurs possibles de b .

c/ Conclure.

Exercice 3

Soit a et b deux entiers.

a/ Montrer que $\text{pgcd}(a^n, b^n) = (\text{pgcd}(a, b))^n$.

b/ Prouver que $\text{pgcd}(5a+3b, 3a+2b) = \text{pgcd}(a, b)$.

c/ Montrer que si a et b sont premiers entre eux alors $5a^n+3b^n$ et $3a^n+2b^n$ le sont aussi.

Exercice 4

Soit a et b deux entiers.

Trouver toutes les solutions de l'équation :

$$a^2-2b^2=ab.$$