Partie A

On cherche à déterminer la $\lim_{x \to \infty} f_n(x)$ avec $f_n(x)=x^n e^{-x}$ où n est un entier.

1. Calculer $\lim_{x \to \infty} f_0(x)$.
2. On considère $g_n(x)=xe^{-\frac{x}{n}}$ avec n entier non nul.
   a) Déterminer $\lim_{x \to \infty} g_n(x)$.
   b) En déduire $\lim_{x \to \infty} f_n(x)$.

Partie B

Soit la suite $I_n=\int_0^{\infty} x^n e^{-x} dx$ avec n entier.

1. Calculer I_0 .
2. Exprimer I_n en fontion de I_{n-1}.
3. En déduire l'expression de I_n.

Partie C

Soit la suite $J_n=\int_0^{\infty} x^n e^{-nx} dx$ avec n entier non nul.

1. Montrer que : $J_n=\frac{I_n}{n^{n+1}}$ et en déduire l'expression de J_n.
2. Etudier le sens de variation de la suite J_n.
3. Monter que pour tout n non nul on a : $0<J_n<\frac{1}{n}$.
4. En déduire la $\lim_{n \to \infty} J_n$.