

Partie I

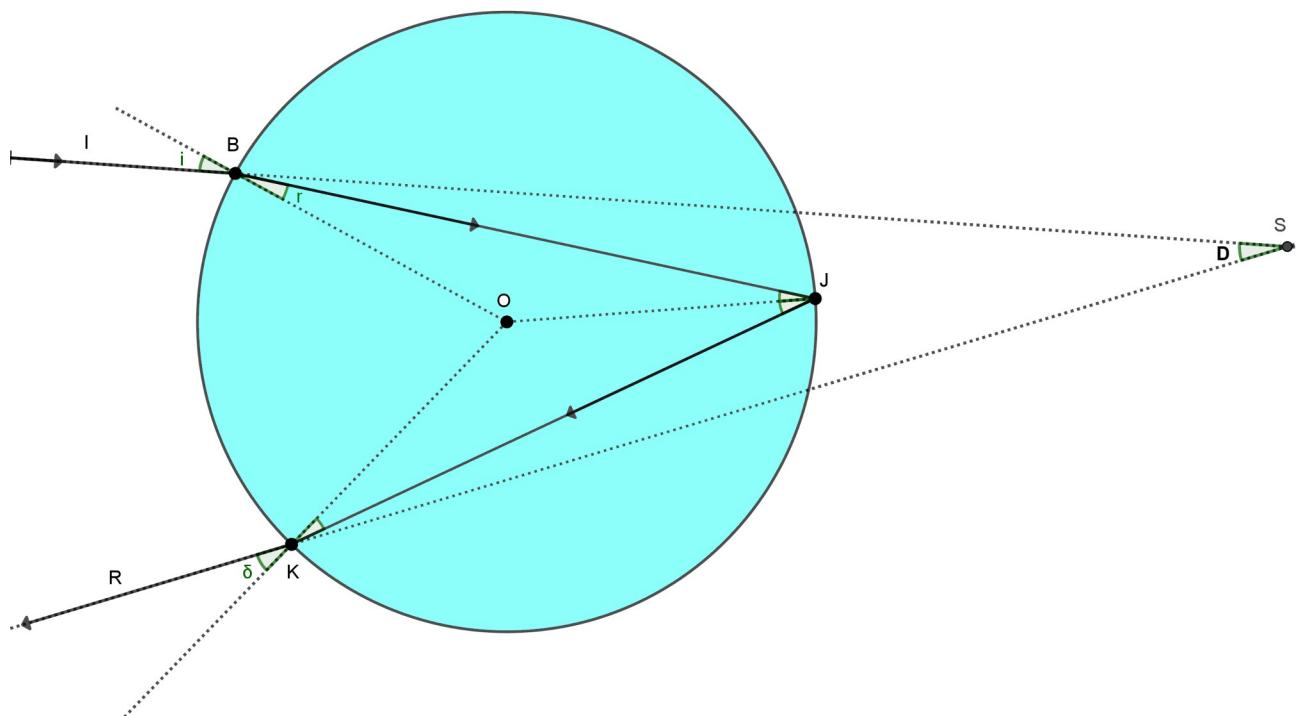
On étudie la trajectoire d'un rayon de soleil à travers une goutte d'eau considérée comme sphérique.

Le rayon incident I pénètre dans la goutte d'eau en B et après réflexion en J, ressort avec un angle δ par rapport à la normale en K.

On note i et r les angles par rapport à la normale en B, respectivement du rayon incident et réfracté.

L'indice de réfraction dans l'air est égale à 1 et celui de l'eau est n_2 .

Dans l'ensemble du problème, on ne s'intéresse qu'aux rayons qui repartent vers le bas et donc perceptible par un observateur au sol.



1. Déterminer la valeur de l'angle r en fonction de i et n_2 .
2. Que vaut l'angle δ ?

3. On note D l'angle qui donne la déviation entre le rayon incident I et le rayon réfracté R en K.

Démontrer que : $D(i) = 4 \arcsin\left(\frac{1}{n_2} \times \sin i\right) - 2i$.

Partie II

Dans cette partie on traite le cas des arcs en ciels secondaires qui apparaissent parfois.

On considère la fonction $f(x) = \arcsin(x)$.

1. On pose $\sin(y) = x$.

1.a/ En remarquant que $x^2 + \cos^2(y) = 1$, montrer que : $\cos(\arcsin(x)) = \sqrt{1-x^2}$.

1.b/ Montrer que : $\sin(\arccos(x)) = \sqrt{1-x^2}$.

2. En déduire que $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

3. Etudier la fonction $D(i)$ sur $]0, \frac{\pi}{2}[$ montrer que D est maximum pour une valeur de i que l'on exprimera en fonction de n_2 .

En déduire la déviation maximale D_{\max} en fonction de n_2 .

4. On admet que la majorité des rayons réfractés sont proches de la déviation maximale. L'indice de réfraction dépend de la longueur d'onde de la lumière :

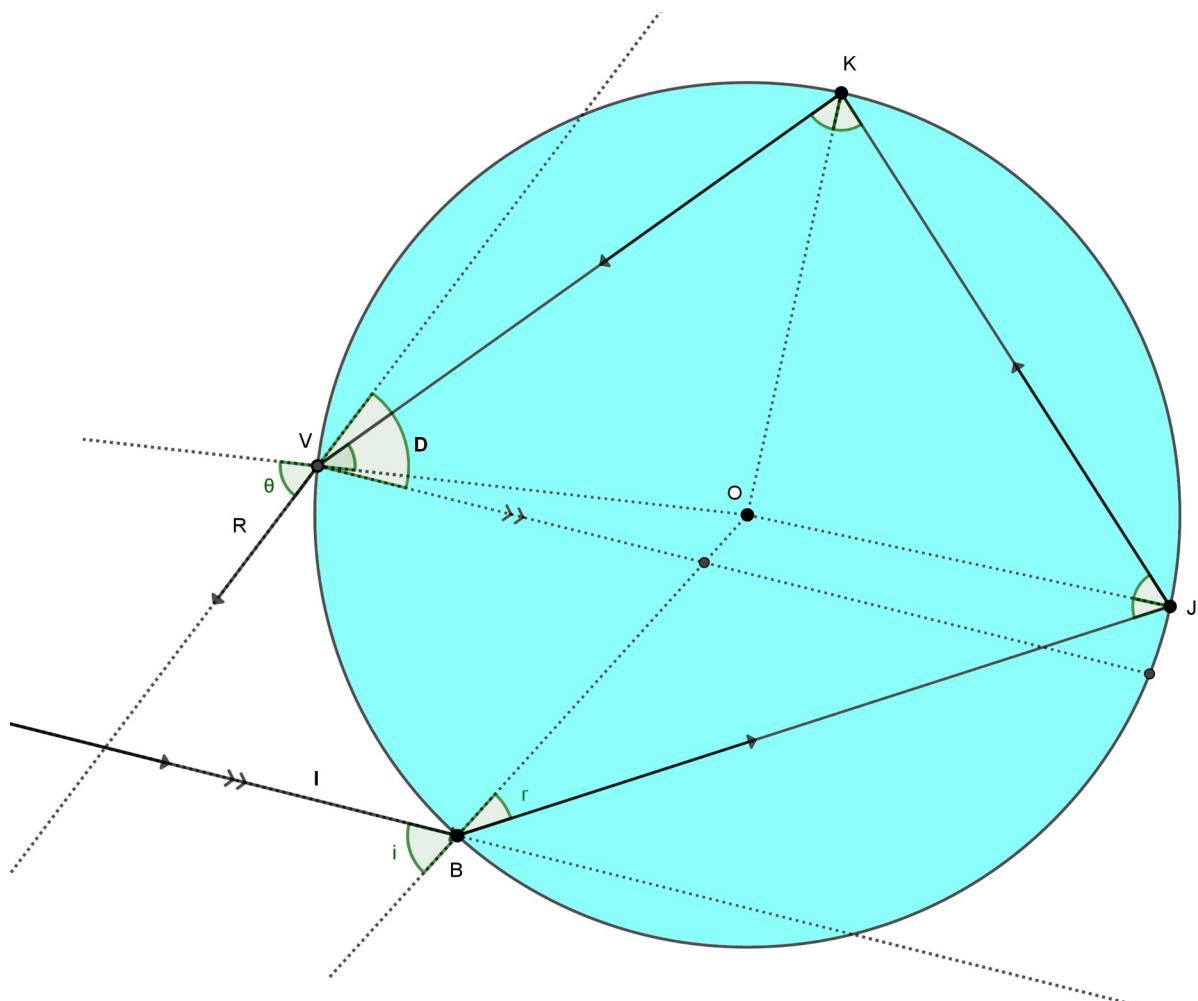
- $n_2 = 1,333$ pour le rouge
- $n_2 = 1,339$ pour le jaune
- $n_2 = 1,345$ pour le violet

En déduire les positions relatives des couleurs rouges, jaunes et violettes dans l'arc en ciel.

Partie III

Dans cette partie on étudie le cas des arcs en ciel secondaires qui apparaissent parfois en plus de l'arc principal.

Dans ce cas, le rayon incident I, après réfraction en B va subir 2 réflexions en J et en K avant d'être de nouveau réfracté mais dans l'air lorsqu'il sort de la goutte d'eau en V.



- Expliquer brièvement pourquoi l'arc secondaire est moins lumineux que l'arc principal étudié dans les parties précédentes.
- Que vaut l'angle θ du rayon réfracté dans l'air en V ?

3. Démontrer que la déviation D du rayon réfracté par rapport au rayon incident peut s'écrire :

$$D(i) = \pi + 2i - 6 \arcsin\left(\frac{1}{n_2} \times \sin i\right)$$

4. Déterminer la valeur de i pour laquelle la déviation est minimale sur l'intervalle $]0, \frac{\pi}{2}[$. On exprimera D_{\min} en fonction de n_2 .

5. On admet que les rayons réfractés perceptibles par l'observateur au sol ont une déviation proche de D_{\min} .

Quelles sont les positions relatives des couleurs rouges, jaunes et violettes dans l'arc secondaire ?