

Exercice 1 : Soit O, I, J un repère orthonormé du plan. Soit C le cercle de centre $I(1; -2)$ et de rayon 5. Montrer que $A(4; 2)$

et $B(-2; -6)$ sont deux points diamétralement opposés de C .

Exercice 2 : On rappelle qu'un quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme lorsqu'il vérifie par exemple

les propriétés suivantes :

- Il a deux côtés opposés parallèles et de même longueur
- Ses côtés opposés sont deux à deux de même longueur

Soit O, I, J un repère orthonormé du plan. Montrer dans chaque cas suivant que $ABCD$ est un parallélogramme.

1) $A(6; -1)$, $B(-4; 5)$, $C(8; 5)$ et $D(18; -1)$

2) $A(-5; 1)$, $B(0; -2)$, $C(6; 2)$ et $D(1; 5)$

3) $A(-5; 1)$, $B(0; -2)$, $C(3; 3)$ et $D(-2; 6)$. Préciser sa nature ?

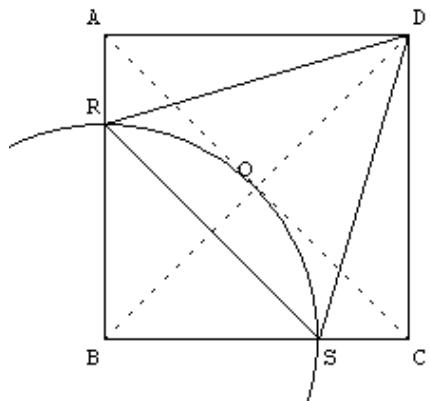
Exercice 3 : Le mathématicien arabe Abul Wafa (940-998) a écrit un ouvrage intitulé :

« *Livre sur ce qui est nécessaire à l'artisan en science de la géométrie* » dans lequel il donne des moyens de construire des figures en particulier inscrites ou circonscrites à d'autres figures. Certaines constructions sont mathématiquement exactes, d'autres sont des constructions approchées.

Construction :Inscrire un triangle équilatéral dans un carré.

Soit ABCD un carré de centre O et C le cercle de centre B passant par O.

Le cercle C coupe [AB] en R et [BC] en S.



Abul Wafa affirme que DRS est équilatéral. Est-ce vrai ?

1) Résolvez géométriquement l'exercice avec les outils de géométrie du collège.

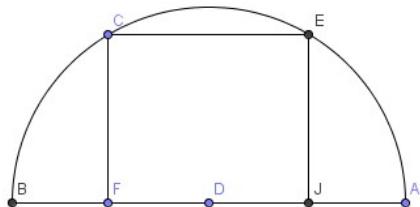
2) Résolvez analytiquement l'exercice en utilisant le repère orthonormé B,C,A,

en précisant les coordonnées de chaque point et en calculant les distances utiles.

Exercice 4 : Raphaël dans sa fresque célèbre « L'école d'Athènes » (vers 1510) a utilisé la construction d'un carré

dans un demi-cercle (<http://www.astrosurf.com/luxorion/Documents/philo-ecole-athenes.jpg>)

Dans cette œuvre symbolisant la recherche rationnelle de la vérité, l'artiste a réuni les sages d'époques variées. L'analyse du tableau fait apparaître un carré inscrit dans un cercle.



On se propose, tout comme Raphaël, de construire un carré dans un demi-cercle, un des côtés du carré étant porté par le diamètre.

Soit (C) un demi cercle quelconque de centre O et de rayon r.

2nde

- 1) On suppose que la figure est construite pour l'analyser.
Expliquer pourquoi la figure possède un axe de symétrie.

- 2) Calculer le côté a du carré en fonction de r.

- 3) Utiliser ce résultat pour construire un carré dans un demi-cercle.
Justifier.

- 4) Montrer que $FJFB = BJFJ = \varphi$ où $\varphi = 1 + \frac{1}{\sqrt{5}}$ est le nombre d'or.

